Master I- *Instrumentation*
TP /Asservissement Numérique

TP01: Etude des systèmes échantillonnés à l'aide du logiciel Matlab

1. But

Le but de la manipulation est d'étudier les systèmes échantillonnés. Il s'agit de rechercher les modèles discrets des systèmes du premier ordre et du second ordre, de choisir convenablement la période d'échantillonnage, de tracer les réponses temporelles et d'étudier la stabilité des systèmes échantillonnés.

2. Notion de base sur les systèmes échantillonnés

Le développement important de la théorie des systèmes échantillonnés est du principalement au développement de la commande numérique.

2.1 Commande numérique

La commande numérique par calculateur (ou micro ordinateur) s'effectue nécessairement à temps discret. En règle générale, une même période d'échantillonnage Te conditionne le rythme d'acquisition des mesures et de la génération des signaux de commande par calculateur.
Les processus considérés dans la commande numérique sont le plus souvent des processus à temps continu.

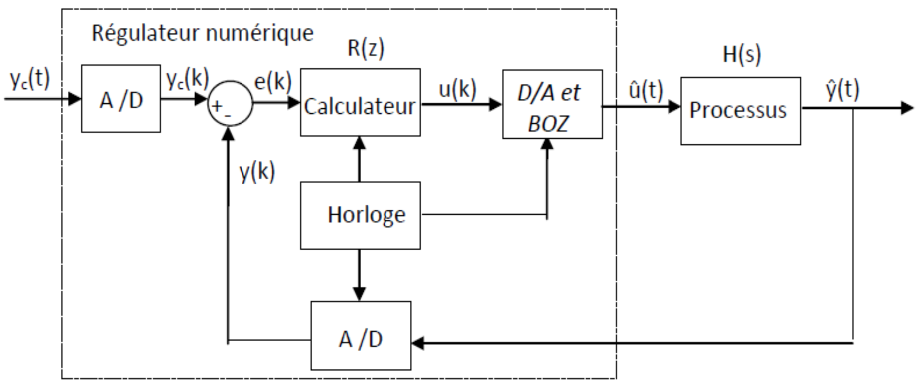


Figure 1 : Schéma de base de la commande numérique.

La figure 1 montre la structure de la boucle d'asservissement numérique. Cette dernière repose sur cinq éléments indispensables :

- Le processus que l'on doit asservir, qui est de façon générale, un processus à temps continu.
- Le calculateur numérique sur le quel on implante, sous la forme d'une récurrence, l'algorithme de régulation.
- Le BOZ (Bloqueur d'Ordre Zéro) permet de maintenir la commande u(k) constante entre les instants k Te et (k+1) Te, où Te désigne la période d'échantillonnage.

- Le A/D (convertisseur Analogique/Digital) qui transforme en valeurs numériques les grandeurs à manipuler (consigne yc (t) et sortie y(t)).
- Le D/A (convertisseur Digital/Analogique) qui permet d'obtenir sous forme analogique l'information fournie par le calculateur.

2.2 Bloqueur d'Ordre Zéro (BOZ) ou Zero Order Hold (ZOH)

Le plus souvent, le signal fourni par le calculateur est un signal en escalier, c'et-à-dire variant par palier. D'un point de vue pratique, tout se passe comme si le système continu était commandé par l'intermédiaire d'un échantillonneur/bloqueur d'ordre zéro (figure 2).

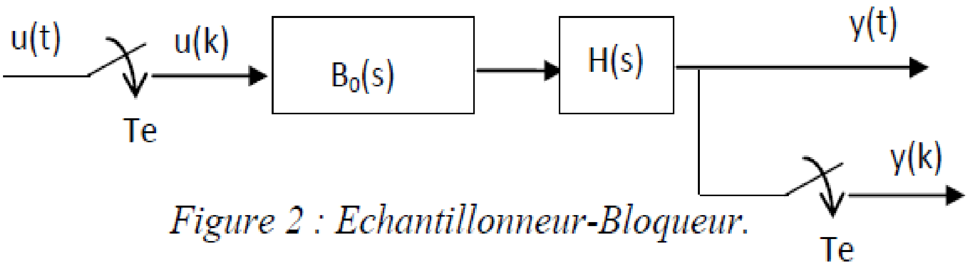


Figure 2 : Echantillonneur-Bloqueur.

La transmittance en s du BOZ s'écrit :

$$B_0\,(s) = \frac{1 - e^{-sTe}}{s}$$

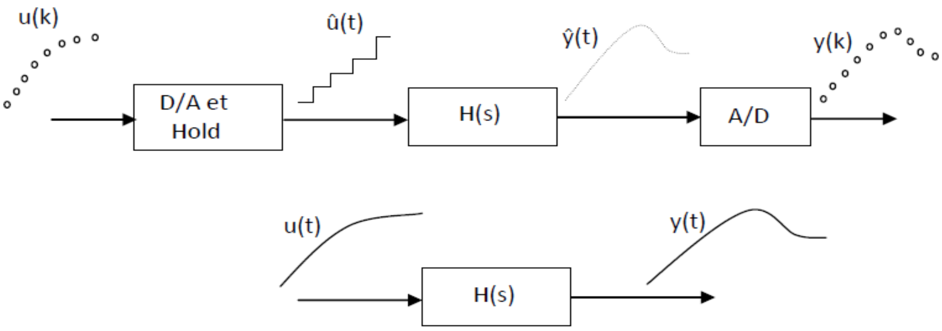


Figure 3 : Effet du Bloqueur d'Ordre Zéro (Hold)et des convertisseurs D/A et A/D.

2.3 Schéma de base d'un asservissement échantillonné

Le schéma de la figure 1 peut être représenté comme l'indique la figure 4.

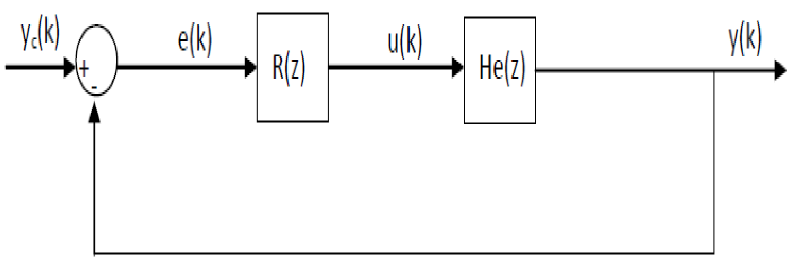


Figure 4 : Modélisation discrète d'un système asservi.

Où $H_e(z) = B_0H(z)$ et $R(z)$ représentent respectivement les transmittances en Z du modèle du processus échantillonné et du régulateur numérique.

Les fonctions du transfert sont :

- **En boucle ouverte :**
$$\frac{Y(z)}{E(z)} = R(z)He(z)$$
- **En boucle fermée :**
$$\frac{Y(z)}{Yc(z)} = \frac{R(z)He(z)}{1 + R(z)He(z)}$$
- **Expression de He(z) :**
$$He(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{H(s)}{s}\right]$$

➢ **Gain statique :**

Pou les systèmes continus le gain statique s'obtient en faisant s = 0 dans la fonction de transfert. Dans le cas discret : donc le gain s'obtient en faisant z = 1 dans la fonction de transfert échantillonnée.

$$Gain\ statique\ k = |H(z)|_{z=1}$$

2.4 Choix de la période d'échantillonnage Te

- **Théorème de Shannon**

Pour que l'observation échantillonné d'un signal soit significative, il est nécessaire que l'échantillonnage soit effectué à une fréquence (f_e) au minimum double de la fréquence maximale (f_H) présente dans le signal ($f_e = 2 f_H$).

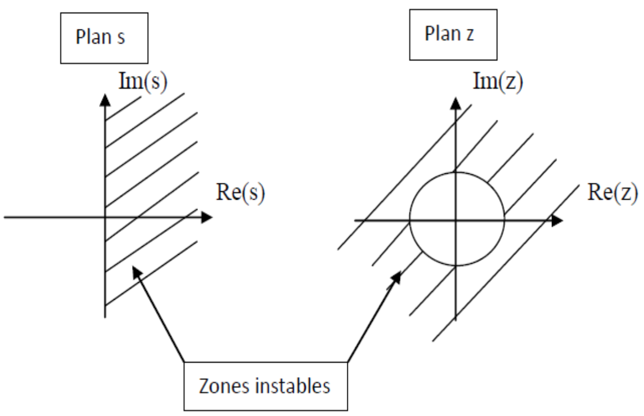
- **Règle pratique**

Soit $f_H = 1/T_H$ la fréquence la plus haute à considérer dans un signal. Alors en pratique, pour satisfaire à la condition de Shannon avec une bonne marge de sécurité on prendra :

$$\frac{T_H}{25} < T_e < \frac{T_H}{5} \quad soit\ 5\ f_H \ < \frac{1}{T_e} < 25 f_H$$

2.5 Stabilité des systèmes échantillonnés

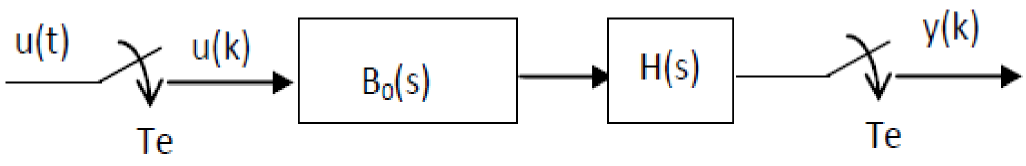
Pour qu'un système échantillonné soit asymptotiquement stable, il faut que toutes les racines de l'équation caractéristique (du dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée) soient à l'intérieur du cercle unité.



3. Travail demandé :

3.1. Etude d'un système de premier ordre

a. On considère le système échantillonné suivant :



Avec : $H(s) = \dfrac{1}{1 + 0.5s}$

1. Trouver le modèle échantillonné équivalent pour les différentes périodes d'échantillonnage Te=1, 0.5, 0.25, 0.15, 0.1, 0.05 s.
2. Tracer la réponse indicielle et déduire la ou les périodes d'échantillonnage qui satisfont la condition donnée dans le paragraphe 2.4.

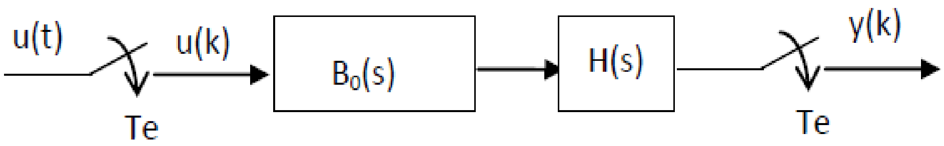
b. Etudier les réponses temporelles à un échelon de :

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 s}$$

- ✓ Pour a1= -0.2, -0.5, -0.7, -0.9 en choisissant chaque fois b1 tel que le gain statique égale à 1.

3.2. Etude d'un système du second ordre

a- soit le système échantillonné suivant :



Avec : $H(s) = \dfrac{100}{s^2 + 2s + 100}$

1. Trouver le modèle échantillonné équivalent pour les différentes périodes d'échantillonnage Te=1, 0.5, 0.25, 0.15, 0.1, 0.05 s.

2. Tracer la réponse indicielle et déduire la ou les périodes d'échantillonnage qui satisfont la condition donnée dans le paragraphe 2.4.

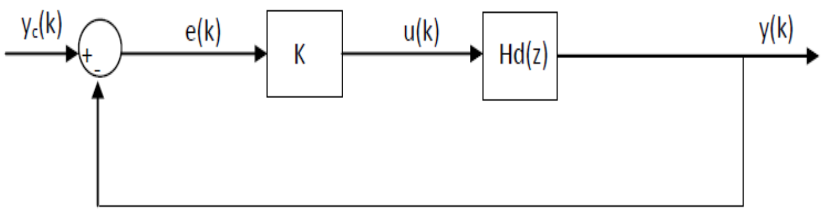
b- On considère la fonction de transfert échantillonnée suivante :

$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{1}{z^2 - 0.3z + 0.5}$$

1. Localiser les pôles de cette fonction de transfert dans le plan z en utilisant la fonction « **pzmap** ».
2. Déduire graphiquement le coefficient d'amortissement, la pulsation propre et donner la fonction de transfert du système second ordre continu équivalent sachant que Te = 0.05 s.
3. Tracer les réponses indicielles unitaires des deux fonctions de transfert en z et en s. Calculer de manière approximative le temps de réponse, le temps de stabilisation à ± 5 % et le dépassement.
4. Reprendre ces questions pour une période d'échantillonnage Te = 0.02 s.
5. Conclure.

3.3. Analyse et synthèse des systèmes asservis

On considère le système asservi donné par la figure suivante :



Avec : $$Hd(z) = \frac{z - 0.3}{z^2 - 1.3z + 0.7}$$

1. Déterminer la valeur de K de façon que le système en boucle fermée doit se comporter comme un système de second ordre continu de coefficient d'amortissement m=0.4 et de pulsation propre w_n = 0.6 rad/s. pour cela on utilise les instructions suivantes :

   m=0.4 ;
   wn=0.6 ;
   zgrid (m,wn)
   [k,poles]=rlocfind(Hd)

2. Trouver la fonction de transfert échantillonné en boucle fermée.
3. Tracer a laide de **Simulink** pour une entrée en échelon unitaire la sortie y(k) et l'erreur e(k).